

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2023

Môn thi: TOÁN

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào Trường THPT chuyên Đại học Sư phạm)
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,5 điểm) a) Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{x^2 + 8\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 4} + \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{16 - 4x}{\sqrt{x} + 2} \text{ với } x > 0.$$

b) Một khay nước có nhiệt độ 125°F khi bắt đầu cho vào tủ đá. Ở trong tủ đá, cứ sau mỗi giờ, nhiệt độ của khay nước lại giảm đi 20%. Hỏi sau bao nhiêu giờ, nhiệt độ của khay nước chỉ còn là 64°F ?

Bài 2. (3,0 điểm) a) Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x - (m^2 + 1) = 0$ (1) (m là tham số). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 sao cho hệ thức đó không phụ thuộc vào m .

b) Cho parabol $(P): y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Tìm tọa độ của điểm M trên parabol (P) sao cho khoảng cách từ điểm M đến trục tung gấp hai lần khoảng cách từ điểm M đến trục hoành.

Bài 3. (2,5 điểm) Cho hình bình hành $ABCD$ có $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $BC = 2AB$. Vẽ đường tròn (O) có đường kính AC . Gọi E, F lần lượt là các giao điểm thứ hai của AB, AD với đường tròn (O) . Đường thẳng EF lần lượt cắt các đường thẳng BC, BD tại H, S . Chứng minh

a) Tam giác ABD là tam giác vuông.

b) Tứ giác $OBEH$ là tứ giác nội tiếp.

c) SC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 4. (1,0 điểm) Có hay không các số nguyên a, b sao cho

$$(a + b\sqrt{2023})^2 = 2024 + 2023\sqrt{2023}?$$

Bài 5. (1,0 điểm) Trên bảng ta viết đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Ta viết lên bảng đa thức mới $P_1(x) = \frac{P(x+1) + P(x-1)}{2}$ rồi xóa đi đa thức $P(x)$.

Ta viết lên bảng đa thức mới $P_2(x) = \frac{P_1(x+1) + P_1(x-1)}{2}$ rồi xóa đi đa thức $P_1(x)$.

Ta cứ tiếp tục làm như thế nhiều lần.

Chứng minh rằng nếu cứ làm như vậy nhiều lần thì đến một lúc nào đó ta nhận được một đa thức không có nghiệm.

-----Hết-----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: Số báo danh: